

LA METODOLOGIA DI CALCOLO DEI NUOVI INDICI DEI VALORI MEDI UNITARI DEL COMMERCIO CON L'ESTERO*

Premessa.

Nel febbraio 2008 l'Istituto Nazionale di Statistica ha avviato la diffusione delle nuove serie mensili degli indici dei valori medi unitari e dei volumi espressi nell'anno di riferimento 2005=100¹. Le nuove serie si distinguono da quelle precedentemente pubblicate per alcune rilevanti innovazioni metodologiche riguardanti il calcolo dei valori medi unitari; tali innovazioni si sono rese necessarie a causa delle modifiche dei Regolamenti Eurostat relativi agli scambi intracomunitari² le quali, imponendo la rilevazione delle quantità scambiate espresse non più in kg ma in unità supplementari, hanno determinato, da un lato, un ripensamento della strategia di stratificazione utilizzata per il calcolo degli indici elementari e, dall'altro, una revisione dei metodi di controllo della qualità delle stime. Le novità introdotte hanno riguardato, inoltre, l'adozione di medie troncate per il calcolo degli indici aggregati finali previsti dal piano di diffusione allo scopo di assicurare una maggiore coerenza temporale delle serie.

Nel contesto delle statistiche comunitarie, a differenza di quanto accade per la maggior parte degli indicatori congiunturali, gli indici del commercio con l'estero non sono sottoposti a regolamenti riguardanti la metodologia di calcolo e il piano di diffusione. Tuttavia, revisioni e aggiornamenti si rendono necessari se i regolamenti che disciplinano la rilevazione dei dati di fonte doganale modificano il set delle variabili di base utilizzate nel calcolo dei valori medi unitari.

La mancanza di una cornice metodologica regolamentata si riscontra anche in ambiti internazionali più estesi di quello comunitario: a livello mondiale, ad esempio, esistono esclusivamente delle linee guida o raccomandazioni di massima elaborate dalle organizzazioni più importanti (UN, 1981; IMF, 2004) che, a seconda delle finalità per cui gli indicatori vengono prodotti e del grado di evoluzione del sistema nazionale delle statistiche di commercio estero, individuano diverse strategie³ di implementazione del sistema di calcolo e di diffusione degli indici anche se, nell'ambito di ciascuna strategia, la scelta degli strumenti statistici utilizzabili per la costruzione di un sistema di calcolo rispondente a prefissati requisiti di qualità resta a discrezione del soggetto produttore delle statistiche.

L'attuale revisione delle serie storiche degli indici del commercio con l'estero, dunque, se da un lato ha rappresentato un passo obbligato dovuto ad un nuovo regolamento comunitario, dall'altro lato ha costituito un'opportunità per sviluppare approfondimenti metodologici finalizzati al miglioramento della qualità delle stime prodotte, obiettivo pertinente ai compiti di un produttore di statistiche ufficiali.

Questo lavoro espone le innovazioni introdotte e ne descrive gli effetti principali sulla variabilità e sulla dinamica degli indicatori.

* di Paola Anitori e Maria Serena Causo, Istat – Direzione Centrale delle Statistiche dei prezzi e del commercio con l'estero.

¹ www.coeweb.istat.it/indici.htm "I nuovi indici del commercio con l'estero (base 2005=100)".

² Per approfondimenti si vedano Commission Regulation n°1915/2005 (OJ L 307), Regulation n°493/2005 (OJ L 82) e successive modificazioni.

³ Le strategie (ONU, 1981) sono generalmente individuate dal *trade-off* tra budget disponibile, qualità del sistema di raccolta dei dati elementari, finalità dell'indicatore, risorse umane disponibili, capacità informatiche ecc..

1. Gli indici dei valori medi unitari del commercio internazionale.

Come noto, i numeri indici dei valori medi unitari del commercio estero misurano le variazioni nel tempo del valore unitario delle merci scambiate sui mercati internazionali. Le loro variazioni incorporano sia le dinamiche dei prezzi dei singoli prodotti scambiati, sia i cambiamenti di composizione merceologica degli acquisti dall'estero, sia, infine, gli effetti dei cambiamenti di qualità dei prodotti.

L'Istat diffonde mensilmente gli indici relativi agli scambi commerciali dell'Italia con gli altri paesi secondo una disaggregazione per gruppi di prodotto e per alcune rilevanti aree geografiche/geoeconomiche. Si tratta di indici mensili che scaturiscono da una sintesi di indici di tipo Laspeyres e indici di tipo Paasche, dando luogo ad indici di tipo Fisher, in cui la base è costituita dall'anno immediatamente precedente a quello di osservazione. Tali indici, detti a base mobile, riferiti a ciascun aggregato previsto dal piano di diffusione dei dati, vengono successivamente concatenati all'anno di riferimento (assimilabile ad un anno "base") attraverso coefficienti di raccordo costituiti, per il medesimo aggregato, dal prodotto delle medie degli indici degli anni precedenti. Ciascun indice a base mobile è una media ponderata di indici elementari, calcolati secondo una stratificazione per tipo di flusso, paese di origine/destinazione e gruppo merceologico. I pesi utilizzati per le aggregazioni di ordine superiore degli indici elementari sono costituiti dal valore delle merci scambiate relative a ciascuno strato⁴. Nel calcolo degli indici elementari vengono considerate solo le transazioni riferite ai regimi definitivi (esportazioni ed importazioni dirette), escludendo le operazioni temporanee nonché le re-importazioni e le ri-esportazioni⁵ mentre le merci appartenenti a raggruppamenti particolari quali i Mezzi di trasporto, i Materiali radioattivi e similari, i Veicoli aerospaziali ecc.⁶, per i quali il concetto di valore unitario ha scarso significato economico, vengono invece "sterilizzate" imputando loro il valore medio del gruppo merceologico di appartenenza calcolato escludendo i prodotti in questione.

I numeri indici dei volumi sono calcolati, per ciascun aggregato previsto dal piano di diffusione, a posteriori come rapporto tra l'indice concatenato del valore e l'indice concatenato del valore medio unitario. Gli indici di valore, infine, sono calcolati considerando il totale degli scambi con l'estero, comprensivo, quindi, sia dei regimi esclusi dal computo dei valori medi unitari sia del valore delle merci sottoposte a sterilizzazione. In tal modo l'eventuale perdita di informazione imputabile all'esclusione di tali merci nei valori medi unitari viene incorporata nei dati in volume.

2. La dinamica dei nuovi indicatori.

I nuovi indici dei valori medi unitari mostrano rispetto alle vecchie serie una più contenuta dinamica sia all'importazione sia all'esportazione e, di conseguenza, un andamento assai più sostenuto della dinamica dei volumi. In particolare, con riferimento al totale dei prodotti verso il mondo, le variazioni medie annue all'importazio-

⁴ In particolare, il sistema di ponderazione sarà costituito nel caso dell'indice di Laspeyres dal valore registrato per quello strato nell'anno base e nel caso dell'indice di Paasche dal valore degli scambi nel mese di riferimento.

⁵ Si ritiene, infatti, che la gran parte di questo tipo di transazioni non si basi su effettivi "prezzi" di mercato e che i relativi valori medi unitari riferiti possano incorporare ulteriori elementi spuri.

⁶ Si veda Istat (2003) "I nuovi indici del commercio con l'estero". Nota Rapida del 16 luglio 2003.

ne dei nuovi indici risultano inferiori a quelle della vecchia serie di oltre un punto percentuale in ciascun anno (ad eccezione degli anni caratterizzati da un forte rallentamento dell'economia mondiale), mentre all'esportazione le differenze con la vecchia serie sono di entità lievemente maggiore, pari a circa 1,9 punti percentuali in ciascun anno (tavola 1).

In termini di volumi, le variazioni riferite alle importazioni risultano mediamente maggiori delle variazioni riscontrate nella vecchia serie di circa 1,5 punti percentuali all'anno mentre, con riferimento alle esportazioni, le differenze tra la nuova e la vecchia serie sono pari a circa due punti percentuali annui.

Indici dei valori medi unitari e dei volumi (base 2005=100). Anni 1996-2007
(variazioni percentuali)

ANNI	VALORI MEDI UNITARI				VOLUMI			
	Esportazioni		Importazioni		Esportazioni		Importazioni	
	Nuovi indici	Vecchi indici	Nuovi indici	Vecchi indici	Nuovi indici	Vecchi indici	Nuovi indici	Vecchi indici
1997	1,0	3,2	1,1	1,7	4,1	1,9	10,1	9,5
1998	1,2	3,4	-3,1	-1,6	2,9	0,8	9,3	7,6
1999	0,5	2,7	0,5	1,7	0,0	-2,2	5,3	4,1
2000	5,3	8,0	14,4	16,3	11,9	9,1	9,2	7,4
2001	2,0	3,6	0,8	2,7	2,8	1,2	1,2	-0,6
2002	0,9	1,4	-1,0	-0,5	-2,3	-2,8	0,1	-0,5
2003	-0,3	0,8	-0,7	-0,3	-1,4	-2,4	1,4	1,0
2004	2,5	4,2	3,3	4,8	4,8	3,2	5,1	3,6
2005	4,8	6,3	7,9	8,7	0,6	-0,8	0,4	-0,4
2006	5,1	6,6	9,5	10,5	5,3	3,8	4,0	3,2
2007 (a)	4,9	8,7	2,6	6,1	3,0	-0,7	1,8	-1,6

(a) dati provvisori

Fonte: ISTAT - Statistiche del commercio estero

Tavola 1

Analizzando il dettaglio settoriale dei nuovi indici (tavola 2) con riferimento alle variazioni medie annue calcolate sull'intero periodo 1996-2007 si osserva una generalizzata riduzione dei valori medi unitari e un conseguente miglioramento dell'andamento dei volumi in tutti i settori, anche se le differenze più significative si rilevano, con riferimento ad entrambi i flussi, soprattutto nei gruppi di prodotto che hanno subito cambiamenti sostanziali della classificazione (quali, ad esempio, le "Macchine elettriche e apparecchiature elettroniche ed ottiche" e le "Macchine e apparecchi meccanici") non solo a causa dell'impatto del nuovo regolamento sulle unità supplementari ma anche per la creazione di codici ad hoc per gran parte dei prodotti elettronici di ultima generazione (laser ecc..) utilizzati nelle industrie suddette. I vecchi numeri indice, anche a causa dell'uso di una stratificazione meno fine, avevano un controllo limitato sulla variabilità interna degli indici elementari e riuscivano a cogliere il fenomeno solo in parte.

Indici dei valori medi unitari e dei volumi (base 2005=100) per settore.
Anni 1996-2007
(variazioni medie annue percentuali)

ANNI	VALORI MEDI UNITARI				VOLUMI			
	Esportazioni		Importazioni		Esportazioni		Importazioni	
	Nuovi indici	Vecchi indici	Nuovi indici	Vecchi indici	Nuovi indici	Vecchi indici	Nuovi indici	Vecchi indici
Prodotti dell'agricoltura, silvicoltura e pesca	0,5	2,1	3,4	7,7	1,5	-0,1	-0,2	-4,1
Minerali energetici e non energetici (a)	10,0	10,0	5,0	6,6	2,6	2,7	5,1	3,5
Prodotti trasformati e manufatti	2,0	3,7	2,5	4,4	4,8	3,0	2,7	0,9
Prodotti alimentari, bevande e tabacco	0,9	1,2	0,9	1,5	3,1	2,9	4,5	3,8
Prodotti tessili e abbigliamento	2,1	3,3	2,8	5,2	4,6	3,3	-1,0	-3,3
Cuoio e prodotti in cuoio	2,5	3,8	5,0	5,5	5,1	3,8	-2,9	-3,4
Legno e prodotti in legno	0,8	2,9	0,8	3,1	4,9	2,8	3,2	0,9
Carta e prodotti in carta, stampa ed editoria	-0,7	2,4	-0,2	2,5	5,2	2,0	4,3	1,5
Prodotti petroliferi raffinati	10,3	13,9	11,9	14,6	-5,0	-8,0	4,0	1,6
Prodotti chimici e fibre sintetiche e artificiali	1,8	4,3	0,9	4,0	4,8	2,4	6,3	3,2
Articoli di gomma ed in materie plastiche	0,9	2,4	1,2	2,6	5,6	4,0	4,4	3,0
Prodotti della lavorazione di minerali non metalliferi	1,4	3,2	2,3	2,8	3,3	1,6	0,1	-0,4
Metalli e prodotti in metallo	4,1	5,9	3,1	5,0	5,4	3,6	5,6	3,7
Macchine ed apparecchi meccanici	2,3	4,7	2,3	4,8	4,4	2,0	3,0	0,5
Apparecchi elettrici, elettronici ed ottici	-0,8	4,2	1,2	5,8	6,0	0,9	3,0	-1,5
Mezzi di trasporto	2,2	1,6	2,3	2,5	6,3	6,9	3,8	3,6
Altri prodotti industria manifatturiera	1,9	3,7	2,6	4,0	6,2	4,4	-0,4	-1,7
Energia elettr., gas, acqua (a)	3,3	4,3	-0,3	-1,3
Totale	3,1	4,4	2,5	4,4	4,3	3,0	2,8	1,0

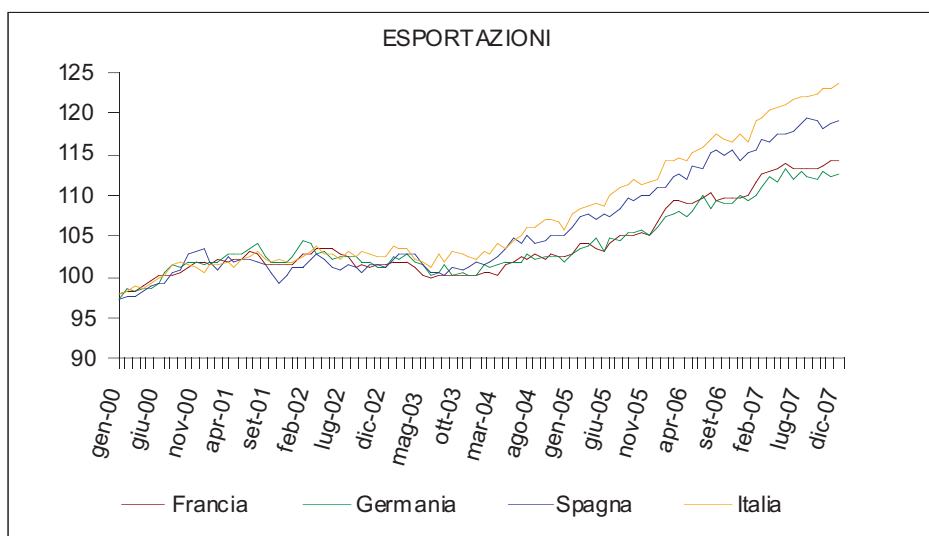
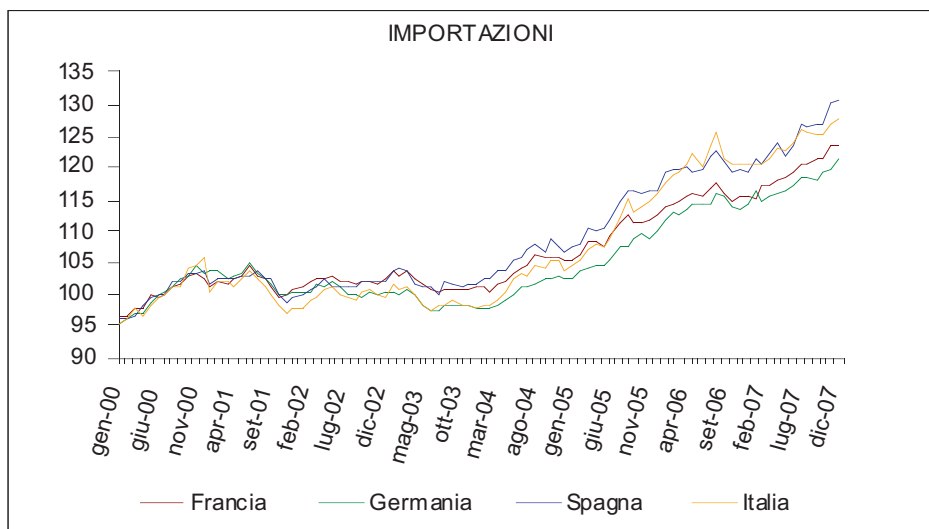
(a) Per la forte erraticità delle serie storiche le relative variazioni degli indici non sono diffuse.

Fonte: ISTAT - Statistiche del commercio estero

Tavola 2

La dinamica dei nuovi indici, infine, appare in linea con l'andamento degli analoghi indicatori relativi ai principali partner commerciali europei: al di là delle inevitabili differenze metodologiche con gli indici di fonte Eurostat (Eurostat, 2006), si conferma una sostanziale maggiore dinamicità dei valori medi unitari dell'Italia rispetto agli altri paesi e una certa similarità con la dinamica degli indici della Spagna in entrambi i flussi.

Indici dei valori medi unitari (base 2000=100)⁷ dei principali paesi dell'UE per il totale dei prodotti. Anni 2000-2007



Fonte: Eurostat - Comext Database; i dati relativi all'Italia sono di fonte ISTAT

Grafico 1

⁷ Poiché gli indici di Eurostat sono ancora diffusi a base 2000=100, il confronto è stato realizzato utilizzando la medesima base anche per gli indici riferiti all'Italia.

3. Il nuovo sistema di calcolo dei valori medi unitari.

A partire dal 2005 il sistema Intrastat ha eliminato l'obbligo di dichiarare le quantità delle merci scambiate in chilogrammi imponendo agli operatori di esprimerle secondo l'unità di misura stabilita nell'Allegato del Regolamento relativo alla Nomenclatura Tariffaria e Statistica ed alla Tariffa Doganale Comune (Nomenclatura Combinata)⁸. Questa disposizione ha interessato oltre il 30 per cento delle merci totali e ha riguardato maggiormente specifici gruppi di prodotti (quali tessili e abbigliamento, cuoio, legno, apparecchi meccanici, macchine elettriche, elettroniche e ottiche, prodotti in metallo, prodotti chimici).

L'impianto metodologico precedente prevedeva il calcolo dei valori medi unitari basato su una stratificazione delle variabili per flusso, paese e gruppo di prodotto secondo la classificazione merceologica internazionale Sistema Armonizzato (SA) a sei cifre. Il valore medio unitario veniva costruito come rapporto tra il valore e le quantità, espresse in chilogrammi. Con l'introduzione dei nuovi Regolamenti si è reso necessario il passaggio ad un sistema di calcolo basato sulle nuove unità di misura e su una stratificazione delle variabili secondo la classificazione merceologica Nomenclatura Combinata, che ha un livello di dettaglio massimo di otto cifre e fino alla sesta posizione coincide con la classificazione SA. Ciascun indice elementare esprime, dunque, la variazione del valore medio unitario di ogni merce rispetto all'anno base in funzione dell'unità di misura prevista dal Regolamento Intrastat per quel prodotto, assicurando una coerenza degli indici a base mobile aggregati ed eliminando la necessità di implementare un sistema di imputazione dei dati mancanti che nel vecchio sistema si era reso necessario come effetto dell'adeguamento delle dichiarazioni degli operatori al nuovo regolamento. Allo scopo di assicurare l'omogeneità al sistema di calcolo, anche gli indici riferiti ai paesi extracomunitari sono stati calcolati considerando le unità di misura indicate dal Regolamento Intrastat e la medesima stratificazione. Nel caso della rilevazione sugli scambi con i Paesi terzi tale adeguamento è stato possibile in quanto il Regolamento riferito a tale rilevazione⁹ ha previsto l'obbligatorietà della trasmissione del dato espresso in specifiche unità di misura fin dalla sua entrata in vigore.

La nuova stratificazione ha implicato, pur con riferimento al medesimo breakdown geografico di calcolo, il passaggio da un sistema costituito da circa 165 mila indici elementari mensili ad un sistema basato su oltre 220 mila indicatori. L'innovazione metodologica relativa al trattamento dei dati anomali ad un così elevato livello di dettaglio è stata possibile anche grazie all'evoluzione dei sistemi informatici che consentono di controllare un numero totale di transazioni pari a circa 33 milioni ogni anno.

4. La procedura di trattamento dei dati elementari.

Il subitaneo passaggio ad un sistema di raccolta non più basato sulle quantità misurate esclusivamente in chilogrammi ha comportato l'esigenza di migliorare il trattamento dei cosiddetti "errori di misura", cioè quegli errori che si generano prin-

⁸ In precedenza, infatti, la dichiarazione della cosiddetta unità supplementare era facoltativa mentre l'informazione in kg. era obbligatoria.

⁹ Si vedano Commission Regulation n° 1172/95 (OJ L 118), n° 1917/2000 (OJ L 229/14) e successive modificazioni.

cialmente nella fase di raccolta delle informazioni elementari. Esperienze empiriche consolidate hanno verificato (UN, 1981; Eurostat, 2006) che l'informazione di fonte doganale sulle quantità è di solito qualitativamente inferiore al dato in valore, in particolare nel caso della raccolta di dati espressi in unità di misura supplementari e con riferimento ai flussi all'esportazione rispetto ai quali vi è, tradizionalmente, un controllo doganale meno stringente. In aggiunta, le classificazioni ufficiali del commercio internazionale si riferiscono, anche al più fine livello di dettaglio, a "merci" che rappresentano nella maggior parte dei casi veri e propri gruppi di beni i quali, pur essendo molto omogenei tra loro possono risultare, di fatto, prodotti significativamente diversi. Da un punto di vista temporale ciò implica che, tra due periodi di osservazione, la composizione interna di una "merce" può modificarsi se alcuni dei prodotti che la rappresentano o non si movimentano affatto, o vengono movimentati ad intervalli irregolari e non prevedibili o, più spesso, vengono sostituiti con beni del tutto simili ma di contenuto qualitativo diverso ("effetto di composizione")¹⁰. In questo quadro, la metodologia adottata per il trattamento degli errori di misura, in linea con le raccomandazioni internazionali, risulta pienamente coerente anche con gli obiettivi di controllo e di contenimento della variabilità interna di ciascuno strato.

Il controllo statistico dell'errore di misura è fondato sull'implementazione di un nuovo metodo di trattamento degli outlier che - operando sui livelli dei valori medi unitari delle singole transazioni (singoli record corrispondenti alle singole dichiarazioni doganali) registrate per ciascuno strato costituito dal flusso, dal paese di origine/destinazione e dal prodotto identificato dalla NC a otto cifre - esegue un controllo delle distribuzioni utilizzando metodi statistici non parametrici per distribuzioni univariate e asimmetriche. Si tratta di metodi robusti che discriminano le informazioni anomale sulla base dei parametri di posizione, adattandosi alla forma della distribuzione e minimizzando la perdita complessiva dell'informazione che, al contrario, potrebbe essere eccessiva nel caso di troncamenti simmetrici (falsi outlier). In particolare, l'algoritmo utilizzato - noto in letteratura come Asymmetric Fence Method (AFM) (Thompson K.J., 1999; ILO, 2004) opportunamente "integrato" per tenere conto delle specificità del fenomeno - consente di definire un intervallo di tolleranza al di fuori del quale le transazioni sono segnalate come anomale e, nel caso in questione, escluse dal calcolo dell'indice elementare del proprio strato. L'esclusione dal calcolo degli indici di strato di tali transazioni deriva da due elementi: da un lato, dall'impossibilità di effettuare verifiche sul dato anomalo (ad esempio attraverso contatti con le Dogane e/o con l'impresa che ha effettuato la transazione) a distanza di tempo dalla registrazione doganale; dall'altro, dalla dubbia convenienza in termini di costi/benefici dell'implementare una procedura di imputazione degli outlier molto complessa, dato il numero degli strati, che avrebbe apportato scarse differenze sugli indici aggregati. Pur tuttavia, le esclusioni non costituiscono una perdita di informazione definitiva: nel calcolo degli indici dei valori e dei volumi, la cui struttura resta formalmente identica a quella della metodologia precedente, il peso di ciascuno strato includerà anche le transazioni segnalate ed escluse dal computo dei valori medi unitari.

Il metodo AFM ha un breakdown point teorico (Hollander M., Wolfe D.A. (1999)), cioè una percentuale massima di segnalazione di outlier, del 25 per cento; nella pratica, il numero di transazioni escluse dal calcolo è risultato pari a circa il 20 per cento sia per le esportazioni che per le importazioni in ciascun anno. Le distribu-

¹⁰ Ciò si traduce di solito in variazioni di breve periodo molto ampie della variabile che generano discontinuità eccessive nelle serie storiche.

zioni dei livelli sottoposte a controllo sono relative sia ai valori medi unitari mensili, che determinano il numeratore dell'indice, sia ai valori medi unitari dell'anno base posti al denominatore.

La Tavola 3 illustra la riduzione della variabilità e dell'asimmetria nella distribuzione residua a seguito della correzione per gli errori di misura riferita agli anni 2005-2007¹¹: oltre ad alcuni stimatori robusti quali le distanze normalizzate tra ciascun quartile e la mediana, sono stati considerati il coefficiente di variazione e l'asimmetria classici, tutti calcolati per ciascuno strato sia alle importazioni sia alle esportazioni. La riduzione percentuale media annua del coefficiente di variazione è risultata superiore al 50 per cento e, come atteso, l'eliminazione degli outlier ha interessato prevalentemente la regione destra della distribuzione, con una riduzione percentuale media della distanza standard del terzo quartile dalla mediana dell'83 per cento per le importazioni e dell'86 per cento per le esportazioni. La perdita in valore associata alle transazioni escluse dal calcolo degli indici elementari risulta contenuta e pari mediamente a circa il 20 per cento per le esportazioni e al 18 per cento per le importazioni in ciascun anno.

Riduzione della variabilità nelle distribuzioni dei valori medi unitari
(numero, peso dei valori anomali e coefficiente di variazione in percentuale, asimmetria e parametri di posizione)

ANNI	outlier %	perdita in valore %	coeff. di variazione (1)	DISTRIBUZIONI INIZIALI				DISTRIBUZIONI AL NETTO DEGLI "OUTLIER"			
				asimmetria	range interquartile standard (2)	range superiore (3)	range inferiore (4)	asimmetria	range interquartile standard (2)	range superiore (3)	range inferiore (4)
Importazioni											
2005	20,7	18,2	52,5	1,5	1,9	1,7	0,2	0,5	0,5	0,4	0,2
2006	20,6	18,1	53,2	1,5	2,0	1,8	0,2	0,5	0,5	0,4	0,2
2007	20,9	18,1	55,5	1,5	4,3	4,1	0,2	0,5	0,5	0,4	0,2
Esportazioni											
2005	20,6	20,6	50,6	1,5	3,1	2,9	0,2	0,5	0,6	0,4	0,2
2006	20,6	20,1	50,8	1,5	3,4	3,2	0,2	0,5	0,6	0,4	0,2
2007	20,5	20,7	52,5	1,5	2,9	2,6	0,2	0,5	0,5	0,4	0,2

(1) riduzione percentuale conseguente all'eliminazione degli outlier.

(2) Rapporto tra distanza interquartile e mediana.

(3) Rapporto tra la distanza del quartile superiore dalla mediana e la mediana.

(4) Rapporto tra la distanza del quartile inferiore dalla mediana e la mediana.

Fonte: ISTAT - Statistiche del commercio estero

Tavola 3

¹¹ Risultati del tutto analoghi a quelli mostrati si sono riscontrati per gli altri anni delle serie.

Nella sua formulazione generale, dato un set di osservazioni $\{x_1, \dots, x_n\}$, il metodo AFM¹² segnala il dato x_i come anomalo se è verificata una delle seguenti condizioni:

$$q_1 - x_i > k_{AFM} * \max(q_2 - q_1, c * |q_2|)$$

oppure

$$x_i - q_3 > k_{AFM} * \max(q_3 - q_2, c * |q_2|) \quad (1)$$

dove q_1 , q_2 e q_3 sono rispettivamente il primo quartile, la mediana e il terzo quartile della distribuzione di x mentre k_{AFM} e c sono due costanti da determinare. In particolare, la prima costante definisce l'ampiezza dell'intervallo all'esterno del quale cadono i valori segnalati come anomali; la seconda evita che nei casi in cui la distanza tra il quartile e la mediana sia troppo piccola (ad esempio se i valori unitari delle singole transazioni hanno una variabilità eccezionalmente bassa per cui i quartili e la mediana sono molto vicini tra loro), il metodo identifichi un numero eccessivo di outlier. Nella pratica, i valori delle costanti k_{AFM} e c sono stabiliti sulla base di sperimentazioni empiriche che, nel caso in questione e dopo diverse verifiche effettuate su sottocampioni dei dati originali, hanno portato a fissare $k_{AFM}=1$ e $c=0.05$.

Tuttavia, il metodo risulta inefficace quando la numerosità delle osservazioni è esigua¹³: a tale riguardo, parte della letteratura sembrerebbe concorde nell'indicare una numerosità minima delle osservazioni in ciascuno strato pari a 50, anche se è riconosciuto il fatto che tale limite dipende molto dal fenomeno analizzato. Nel caso dei valori medi unitari diverse prove empiriche hanno suggerito che la soglia minima più adeguata a rispettare le capacità discriminatorie dell'AFM è quella che stabilisce almeno cento osservazioni per cella. Ne consegue che in tutti i casi in cui il numero di transazioni per cella è inferiore a tale soglia è stato necessario individuare, sempre nell'ambito della famiglia dei metodi non parametrici, un metodo alternativo a garanzia della robustezza dei risultati, soprattutto per valori di n molto piccoli. Poiché, come noto, in presenza di un numero limitato di osservazioni il parametro che meglio sintetizza le caratteristiche di una distribuzione è la mediana, il metodo prescelto per integrare l'AFM utilizza come riferimento la mediana degli scarti di ciascuna transazione x_i dalla mediana della distribuzione dello strato, ossia il MAD (Mean Absolute Deviation):

$$MAD_i = \text{mediana}_{i \in nc8}(|x_i - q_2|) \quad (2)$$

¹² Data la forte asimmetria riscontrata nelle distribuzioni mensili dei livelli dei valori medi unitari, i dati riferiti alle singole transazioni registrate in ciascuno strato sono stati sottoposti preventivamente a trasformazione logaritmica in modo da assicurare maggiore robustezza dei risultati. Tra tutte le trasformazioni di tipo Box-Cox (Box, G. E. P., Cox, D. R., 1964) quella logaritmica è risultata la più appropriata per simmetrizzare le distribuzioni originali. In questo contesto le singole variabili x_i sono riferite ai logaritmi dei livelli dei valori medi unitari.

¹³ Nel caso limite in cui $n=5$, la presenza di un solo outlier avrebbe effetto sulla posizione dei quartili rendendolo, dunque, inefficace.

esso stabilisce che la generica transazione x_i venga segnalata come anomala se le seguenti condizioni sono soddisfatte simultaneamente:

$$\begin{cases} |x_i - q_2| > k_{MAD} * MAD \\ \frac{|\exp(x_i) - \exp(q_2)|}{|\exp(q_2)|} > A \end{cases} \quad k_{MAD} = 2 \quad e \quad A = 0.1 \quad (3)$$

dove le costanti A e k_{MAD} sono state stabilite a seguito di diverse prove su opportuni sottoinsiemi dai dati iniziali. Il metodo basato sul MAD è in generale più robusto dell'AFM in quanto ha un breakdown point di circa il 50 per cento; pur tuttavia, esso ha mostrato un potere discriminatorio non eccessivo se la distribuzione è unimodale o se nelle celle vi sono poche decine di osservazioni.

Le transazioni che risultano aver fallito il test AFM o quello basato sul MAD vengono segnalate come valori anomali ed escluse dal calcolo dell'indice elementare mensile di strato che sarà, quindi, definito a partire dai soli dati non segnalati in valore $val_{i,m}^{*,t}$ e in quantità $qua_{i,m}^{*,t}$ sia con riferimento al mese osservato m dell'anno t (numeratore dell'indice) sia con riferimento all'anno base $t-1$. Anche il set di dati mensili riferiti all'anno base, infatti, è sottoposto a controllo attraverso il metodo AFM "integrato" con il MAD. L'indice elementare di strato ${}_{t-1}I_m^{nc,t}$ (omettendo per semplicità la notazione riferita al paese p e al flusso f) sarà dato da:

$${}_{t-1}I_m^{nc,t} = \frac{vmu_m^{nc,t}}{vmu_{t-1}^{nc8}} = \frac{\sum_{i \in nc} val_{i,m}^{*,t}}{\sum_{i \in nc} qua_{i,m}^{*,t}} / \frac{\sum_m \sum_{i \in nc} val_{i,m}^{*,t-1}}{\sum_m \sum_{i \in nc} qua_{i,m}^{*,t-1}} \quad (4)$$

Tale algoritmo è stato calibrato sulle distribuzioni non pesate dei valori medi unitari, sulla base dell'ipotesi che l'errore di misura è indipendente dal peso relativo dell'osservazione nello strato¹⁴.

5. L'uso di medie troncate per il calcolo degli indici aggregati.

Al fine di garantire la robustezza dei segnali informativi forniti dagli indici diffusi, gli indici aggregati sono stati calcolati utilizzando medie troncate (trimmed mean). La media troncata di una distribuzione di osservazioni è il valore medio ottenuto eliminando dal calcolo un numero di elementi appartenenti alle code della distribuzione stessa. Il ricorso a tale tipo di stimatore viene giustificato dalla necessità di fornire una stima del fenomeno preservata, per quanto possibile, da fattori di instabilità di breve periodo; in altre parole, l'indice aggregato calcolato con una media troncata intenderebbe descrivere sinteticamente un segnale "di fondo" del fenomeno.

¹⁴ Controlli a campione hanno consentito di verificare la presenza di errori di misura anche nel caso di transazioni di alto valore riferite ad un medesimo operatore.

Le medie troncate sono stime statisticamente robuste¹⁵; pur tuttavia, esse possono risultare sensibili al criterio scelto per l'identificazione dei punti di troncamento (cutting points) che definiscono l'ampiezza dell'intervallo rispetto al quale gli indici elementari che risultano esterni vengono esclusi dal calcolo; in tal senso, la stima può mostrare una certa sensibilità a diversi elementi quali il livello di disaggregazione dei dati originari, il grado di asimmetria delle distribuzioni, la lunghezza del periodo rispetto al quale viene calibrata la stima ecc. La bontà della stima può essere valutata facendo ricorso ad informazioni ausiliarie (ad esempio, una serie storica relativa a dati altamente correlati con la serie da stimare; una serie storica pregressa che possa rappresentare un "benchmark" ecc.). Più spesso, essa viene valutata sulla base di indicatori di posizione e di scala che misurano la "distanza" tra la distribuzione finale e quella originaria in ciascun anno della serie: il principio prevalente privilegia la minimizzazione dell'asimmetria e il guadagno di efficienza in termini di variabilità residua delle distribuzioni "pulite".

Come criterio generale, le distribuzioni utilizzate per calibrare i punti di troncamento sono state le distribuzioni degli indici elementari

$$\frac{vmu_{m,t}^{nc,g}}{vmu_{t-1}^{nc,g}}$$

del generico strato g , individuato dal gruppo di prodotti secondo la classificazione CPA a due cifre, l'area geoeconomica (Ue e Paesi terzi) e il tipo di flusso, "pesate" con i valori mensili dell'interscambio. In funzione del grado di asimmetria della distribuzione sono stati messi a confronto diversi metodi per l'individuazione dei punti di troncamento: a fronte del criterio più semplice basato su un intervallo di troncamento fisso per ogni anno della serie e scelto indipendentemente dalla forma della distribuzione (Eurostat, 2006), sono stati comparati il criterio di Tukey e l'AFM, entrambi nelle formulazioni relative a distribuzioni con e senza trasformazione logaritmica. In questo contesto, il metodo di Tukey e l'AFM sono stati utilizzati nella loro formulazione standard.

Nello specifico, l'algoritmo di Tukey è un metodo simmetrico basato sui quartili q_1 e q_3 della distribuzione di un insieme di osservazioni $\{x_1, \dots, x_n\}$ e definisce il seguente intervallo di accettazione:

$$[q_1 - k(q_3 - q_1); q_3 + k(q_3 - q_1)] \quad (5)$$

dove il parametro k è pari a 1,5 e definisce i cosiddetti "inner fences" mentre per $k=3$ definisce gli "outer fences" (Tukey, 1977). Nel caso venga applicata la trasformazione logaritmica ai dati originari, l'intervallo di accettazione diviene il seguente:

$$[\log(q_1) - k(\log(q_3) - \log(q_1)); \log(q_3) + k(\log(q_3) - \log(q_1))] \quad (6)$$

¹⁵ Si tratta di una robustezza "relativa" in quanto, utilizzando più informazioni, una media troncata risulta meno robusta della mediana della distribuzione; nel caso di distribuzioni asimmetriche essa è anche uno stimatore distorto sia della media che della mediana. Tuttavia, stimatori distorti possono avere altre proprietà statisticamente "desiderabili" (Mood, 1997). In questo contesto, il possibile bias nella stima è stato valutato di minore rilevanza rispetto alla robustezza dello stimatore.

Dato il set di indici elementari dello strato, dunque, la media troncata è calcolata come media aritmetica ponderata degli indici elementari dello strato che sono inclusi nell'intervallo (5) o in caso di ricorso ai logaritmi nell'intervallo (6). Poiché l'algoritmo di Tukey individua un filtro simmetrico, il metodo è appropriato per distribuzioni simmetriche o lievemente asimmetriche.

L'algoritmo AFM¹⁶, nella formulazione standard, è invece un filtro asimmetrico che individua i seguenti intervalli, rispettivamente senza trasformazione logaritmica

$$[q_1 - k(q_2 - q_1); q_3 + k(q_3 - q_2)] \quad (7)$$

e con trasformazione logaritmica

$$[\log(q_1) - k(\log(q_2) - \log(q_1)); \log(q_3) + k(\log(q_3) - \log(q_2))] \quad (8)$$

Nel caso di distribuzioni simmetriche, in corrispondenza di $k=3$ si ritrovano gli inner fences del metodo di Tukey mentre per $k=6$ si individuano le corrispondenti outer fences. Tale algoritmo è più appropriato per distribuzioni mediamente o fortemente asimmetriche.

Per garantire una certa omogeneità di trattamento alle distribuzioni mensili sottoposte a filtro, tuttavia, è stato necessario assicurare che il calcolo dei punti di troncamento non risentisse dell'effetto di eventi di breve periodo capaci di alterare in modo anomalo l'ampiezza dell'intervallo. A tale riguardo, i parametri di posizione di ciascuno strato sono stati prima calcolati annualmente e poi sintetizzati in una media aritmetica semplice sui tre anni immediatamente precedenti a quello di osservazione t . Tale media "mobile" dei quartili delle distribuzioni annuali è stata quindi utilizzata per la definizione degli intervalli di troncamento. Il metodo, che potremmo definire un "troncamento adattativo" ha consentito di attenuare il possibile disturbo sui livelli dei quartili generato da eventi subitanei pur consentendo, allo stesso tempo, di incorporare parte dell'effettiva dinamica degli indici elementari negli indici aggregati.

Una volta calcolati i parametri di posizione, sono stati applicati gli algoritmi ritenuti più adatti alle distribuzioni sottostanti in funzione del loro grado di asimmetria, in modo da individuare i cutting points; in funzione di questi ultimi sono state calcolate sia le medie troncate di strato sia, con riferimento alle distribuzioni ex post (prive cioè delle osservazioni esterne alle fences), alcuni indicatori di variabilità residua, di asimmetria e curtosi residue, nonché il peso dell'informazione esclusa dal computo dell'indice aggregato.

Il metodo di troncamento più adeguato è risultato quello in grado di minimizzare i valori degli indicatori nelle distribuzioni residue; nella maggior parte dei casi il troncamento adattativo è risultato anche il più conservativo in termini di peso degli indici elementari esclusi dal calcolo della media trimmed. In estrema sintesi, per distribuzioni simmetriche o lievemente asimmetriche, nella maggior parte dei casi sono risultati più adatti l'algoritmo di Tukey o l'AFM senza trasformazione logaritmica; per le distribuzioni fortemente asimmetriche è risultato più adatto l'AFM con trasformazione logaritmica, mentre per le distribuzioni mediamente asimmetriche, nei casi più problematici è stato necessario modificare leggermente l'ampiezza degli intervalli (attraverso il parametro k) e utilizzare come parametro decisionale anche il peso dell'informazione esclusa dal calcolo della media troncata.

¹⁶ Qui l'AFM è espresso in una forma leggermente modificata per agevolare la comparazione con il metodo di Tukey. Nella formulazione originale l'intervallo è dato da $[q_2 - c(q_2 - q_1); q_2 + c(q_3 - q_2)]$ dove $c=k+1$.

Riferimenti bibliografici

Allen R.G.N. (1975), *Index numbers theory and practice*, Mc Millan Press, London.

Box, G. E. P., Cox, D. R. (1964), *An analysis of transformations*, Journal of the Royal Statistical Society, B, 26, 211-234.

UNSD (1981), *Strategy for price and quantity measurement in external trade - A technical report*, Statistical papers n°69, series M, NY.

Eurostat (2007) *Statistics on the trading of goods - User guide*, Methods and nomenclatures. Theme External trade, Luxembourg.

Thompson, K.J. (1999), *Ratio edit tolerance development using variations of exploratory data analysis (EDA) resistant fences methods*, 1999 FCSM Research Conference Papers, <http://www.fcsm.gov/99papers/thompson.pdf>.

ILO (2004), *Consumer price index manual: theory and practice*, Chapter 9.

<http://www.ilo.org/public/english/bureau/stat/guides/cpi/>.

Hollander M., Wolfe D.A. (1999), *Nonparametric Statistical Methods*, Wiley's Series in Probability and Statistics.

Mood A.M., Graybill F.A., Boes D.C. (1997), *Introduzione alla statistica*, McGraw-Hill.

Tukey J.W. (1977), *Exploratory data analysis*, Addison-Wesley, NY.